FIZIS

ČASOPIS STUDENATA FIZIČKOG FAKULTETA,

UNIVERZITETA U BEOGRADU

Oktobar 2020

Fizički fakultet, Univerzitet u Beogradu

Urednici:
Jovan Mitić
Irina Ručnov
doc. dr Duško Latas
dr Aleksandra Dimić

Ko smo mi?
Mi smo studenti, nastavnici i saradnici Fizičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu, okupljeni sa idejom da ponovo pokrenemo časopis **Fizis** za sve ljubitelje fizike, koji je izlazio redovno pre više od trideset godina. O istorijatu časopisa ćete čitati u nekom od narednih izdanja, a sada vam želimo dobrodošlicu i očekujemo vaše komentare i sugestije. Pišite nam na casopisfizis@ff.bg.ac.rs i slobodno se pridružite redakciji.

Prvi broj, Oktobar 2020

Sadržaj

1. Razgovor sa naučnikom

Kako priliči svakom novom početku, želeli smo da prvi intervju bude sa osobom koja je podržala ideju da oživimo časopis po kojem je naš fakultet bio poznat godinama unazad. Lako možete pogoditi da je u pitanju dekan Fizičkog fakulteta, prof. dr Ivan Belča, koji će nam reći nešto o istorijatu časopisa, o svojim studentskim danima, studentskom organizovanju i razlikama u načinu studiranja pre više od tri decenije i sada.

1.1 Fizis nekada i sada

*Da li je časopis **Fizis** izlazio u vreme Vašeg studiranja? Koje teme su bile obuhvaćene časopisom? Da li priželjkujete neku od tih tema u novom ruhu?*

> Ja sam počeo da studiram 1984 god. i tada **Fizis** više nije izlazio, a tada su mi bili dostupni poslednji brojevi. Neke od njih sam dobio od profesora Dojčilovića koji je dugo bio glavni i odgovorni urednik časopisa...
> Bilo je dosta različitih tema. Mene su interesovali članci iz istorije fizike, kao i tekstovi koji su se bavili odnosom fizike i filozofije. Možda bi trebalo da u jednom od novih izdanja date pregled naslova iz starih brojeva, bar onih do kojih uspete da dođete, da bi se stekao osećaj o tadašnjim i današnjim aktuelnostima. Iz toga bi se moglo videti, koliko smo stvarno od tog perioda napredovali.

Ko je od profesora i asistenata bio u uredništvu časopisa?

> Od onih koje poznajem, u uredništvu su bili profesor Milan Damnjanović i profesorka Maja Burić.

1.2 Anegdote iz studentskih dana

Danas imamo razne načine komunikacije, preko telefona, elektronske pošte do društvenih mreža... Kako ste vi komunicirali kao studenti?

Pošto sam studirao u drugoj polovini osamdesetih godina prošlog veka ondašnja tehnologija je nametala i način komunikacije. Dakle, kada je u pitanju komunikaciona tehnologija – jedino fiksni telefon. Internet je došao kasnije na fakultet devedesetih godina, kada sam ja bio asistent. Kada kažete "komunikacija" to za mene ima pre svega elektronski prizvuk – nešto kao razmena informacija na daljinu iako to nije tako bukvalno. U to vreme smo se ustvari družili. Provodili smo slobodno vreme između predavanja ili u razgovorima u studentskom klubu ili čak u Studentskom parku. Mnogo vremena je prošlo, pa je sa ove vremenske distance doba bez elektronske komunikacije, ali sa direktnim kontaktom i razgovorom, možda imalo humaniji oblik komunikacije.

Da li nam možete reći nešto o studentskom organizovanju u periodu kada ste studirali? Koje su bile najpopularnije vannastavne aktivnosti?

Tadašnji Savez studenata, mislim da se to tako zvalo, stvarno je okupljao sve studente i pripadnost toj organizaciji značila je povlastice kada su u pitanju različiti aspekti studentskog života, poput putovanja, sporta, ishrane, kulturnih manifestacija... Povlašćene cene za studente su stvarno omogućavale bogat studentski život.
Međutim, paralelno su živele i studenske organizacije koje su bile prepletene sa partijskim strukturama, pa sam ih izbegavao u širokom luku. Naime, iako smo bili u to vreme pri kraju socijalističkog samoupravljanja, čini mi se da je to bio zvaničan naziv, još uvek su svi oblici organizacije nosili taj pečat. Što se tiče vannastavnih aktivnosti u svom okrženju sam imao dosta kolega koji su se bavili sportom. Često smo odlazili na basket ili na fudbal jedanput-dvaput nedeljno. Kad razmišljam o tome možda smo imali sreće što je elektronska komunikacija (internet) tek bila u začetku.

Da li možete da podelite sa nama neku anegdotu iz studentskih dana?

Socijalogiju je na PMF-u držala i Mira Marković, samo par godina kasnije smo je znali kao suprugu predsednika države Slobodana Miloševića. Zapala je našoj generaciji. Zbog nje je to bio jedan od skoro omraženih predmeta na drugoj godini fizike. Predavanja su bila naporna i jednolična, pogotovo deo iz njene knjige. Činilo se da moraš biti mazohista da bi je pročitao, ali jedno ispitno pitanje je bilo baš iz njene knjige. Mnogi od nas su izlazili na taj ispit samo da prođu, nije bila važna ocena. Ja sam na ispit izašao sa kolegom, inače izvanrednim fizičarem, danas je u Kanadi na nekom univerzitetu. Inače je on jedna od živopisnijih ličnosti koje poznajem. Kao i ja, teško je prisustvovao časovima Mire Marković i još teže pripremao ispit iz suvoparne i po našem mišljenju potpuno nepotrebne knjige. Bilo kako bilo, uzeli smo ceduljice sa pitanjima i seli da pišemo koncept u obliku teza. Po redosledu je kolega trebalo da odgovara pre mene. U svom maniru odgovore na pitanja je davao uz duhovite i pomalo izazovne komentare, dok je profesorka Marković nezainteresovano gledala kroz njega, i eventualno mehanički klimala glavom. Prošao je, ona je ocenu upisala u indeks, a ja sam krenuo prema katedri, dok je moj kolega krenuo ka vratima. Zatim, možda par metara iza profesorkinih leđa demonostrativno šutnu njenu knjigu. Listovi su poleteli na sve strane, neki čak do njenih nogu a on je mirno izašao napolje. Ja sam se sledio i tako ukrućen seo ispred katedre. Neko je skupljao listove iz knjige po učionici. Na licu profesorke Marković nije se pomerio ni jedan mišić. Taj ispit sam prošao i ja. Nažalost, to nije jedini ispit koji je polagao neposredno pre mene...

1.3 Pogled u budućnost

Iz sećanja na studentske dane, vraćamo se na trenutnu situaciju i ne možemo da preskočimo da ne pitamo profesora o obavezama koje ima kao dekan i o pogledima na studiranje danas.

Da li je teško biti dekan FF? Šta Vam oduzima najviše vremena?

Odgovor je naravno prilično subjektivan. S jedne strane, jasno je da je to velika čast, jer se na to mesto dolazi zahvaljujući poverenju kolega, a sa druge strane najteže je opravdati to poverenje. Ovo pre svega nije uobičajni upravljački administrativni posao, jer fakultet nije fabrika ili nekakva firma. Vrlo težak deo je usaglašavanje različitih mišljenja nastavnika i naučnika u ostvarivanju zajedničkih ciljeva vezanih za sadašnjost i budućnost Fizičkog fakulteta. Verovatno mi to i jeste najteže. Na fakultetu rade ljudi visoke inteligencije, ljudi sa intelektualnim i naučnim integritetom, a rukovodstvo treba da donosi odluke koje taj integritet ne dovodi u pitanje, a pogotovo ne sme da vređa dostojanstvo i osećanja zaposlenih. Tako ja to vidim, a da li uspevam...

Koliko Vam je teško pala organizacija prethodnog semestra?

Svi dekani na Beogradskom univerzitetu su imali težak posao u organizovanju rada fakulteta u vreme epidemije. Potrebno je obezbediti resurse i infrastrukturu za online nastavu, skoro potpuno reogranizovati rad... Naravno, veliki deo toga odrađuju upravo nastavnici i saradnici svesni da fakultet mora da radi u svim uslovima. To je nužnost, ali i izazov. U svakom slučaju što se tiče upravljanja fakultetom dekan je nemoćan bez prodekana i direktora instituta, kao i administracije fakulteta. Svi oni preuzimaju najveći deo tereta upravljanja.

Kako vidite naš fakultet i studiranje za deset godina?

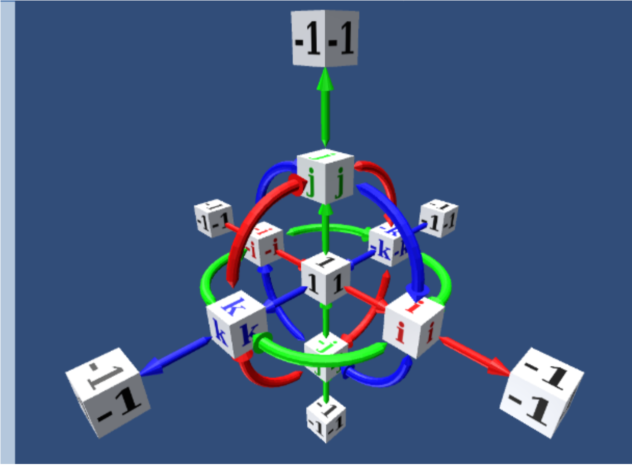
Poslednjih decenija svedoci smo neprestanog moralnog posrtanja u društvu i stalne degradacije vrhunskih institucija u ovoj zemlji. To verovatno nije lokalni problem, ali u Srbiji koja u poslednjih 30 godina trpi tektonske poremećaje, neke važne institucije i ustanove su doživele velike promene i gubitke. Univerzitet je možda najveću transformaciju doživeo uvođenjem „Bolonje“. Različiti su načini na koji su se fakulteti uključili u proces “bolonjizacije”. Neki su čini mi se uradili to vrlo uspešno, a čini mi se da na našem fakultetu ima još prostora za izmene. U svakom slučaju moramo u najkraćem mogućem roku da se dogovorimo oko modela razvoja fakulteta i da postavimo čvrste principe od koji ne treba odstupati. Tako bi došli do prepoznatljivosti svakog od smerova na fakultetu. Mislim da smerovi Teorijska i eksperimentalna fizika kao i Meteorologija možda treba da dožive manje promene, ali potrebna je rekonstrukcija Primenjene i kompjuterske fizike. To bi trebalo da postane jasan smer koji potpunom izbornošću i stalnim praćenjem trendova treba da postane adaptibilan i u svakom trenutku konkurentan na tržištu. Da nakon završenih master studija daje fizičare sa znanjima iz specifičnih oblasti kao što su medicinska fizika, biofizika, fotonika, kompjuterska fizika, metrologija,...
Možda najveće izmene treba uvesti u smer Opšta fizika. Treba da ga shvatimo kao najvažniji smer koji formira ljude odgovorne za obrazovanje dece i njihovu kasniju orjentaciju i afinitet ka fizici. Studenti ovog smera pored fizike moraju da steknu i posebne veštine i znanja koja će im omogućiti da lako prenesu fizičarski duh i pridobiju decu za ovako specifičan način razmišljanja. Zato smer treba optimizovati i napraviti

dobar balans između fizike, pedagoško-psiholoških predmeta i ostaviti više prostora za učenje najmodernijih metoda transfera znanja, korišćenja i projektovanja modernih učila – fizičkih eksperimenta. Ove nastavne godine nam predstoji akreditacija koju moramo iskoristiti da postignemo ove ciljeve. Treba imati u vidu da će se rezultati ovih promena uočiti tek za pet godina, a stvarni učinak ćemo videti tek za deset godina. Zato treba biti pažljiv.

I na samom kraju, da li imate nešto da poručite urednicima ***Fizisa****? Možda predlog za neku buduću rubriku.*

Radujem se novom časopisu i nadam se da ovog puta neće biti pauza u radu. Možda bi jedan članak trebalo da bude posvećen istorijatu časopisa. Imam mnogo ideja za rubrike, ali možda nešto što bi bilo interesantno i poučno za mlade naučnike: detaljno seciranje procesa pisanja naučnog rada za međunarodni časopis i to iz svake oblasti fizike koju negujemo na fakultetu. Možda bi bila korisna i rubrika posvećena katedrama na našem fakultetu, a i da sve oblasti osnovnih studija budu pokrivene ukoliko za to ima materijala. Istovremeno bi to bila i reklama za fakultet.

R Razgovor vodila Aleksandra Dimić, naučna saradnica FF.



2. Naučni kutak: Rotacije i kvaternioni

Opis kretanja krutog tela svodi se na translatorno kretanje koordinatnog početka sistema vezanog za kruto telo i rotaciono kretanje koje opisuje relativnu promenu osa pokretnog sistema u odnosu na nepokretni. Rotacija je troparametarska linearna transformacija koju najčešće reprezentujemo matrično. Postoje i drugai načini reprezontavanja rotacije, a jedan od njih je uz pomoć kvaterniona. Kvaternioni su uopštenje imaginarnih brojeva i omogućavaju da se rotacije prikažu u sažetijoj formi.

2.1 Uvod

U svojim čuvenim lekcijama [**1**] Ričard Fajnman kaže da je Ojlerova formula

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$$

najznačajnija u matematici. Naziva je pravim draguljom, jer omogućava da se povežu geometrija i algebra. Neka su Dekartove koordinate tačke $\mathscr{T}$ u ravni (x,y). Ovoj tački možemo pridružiti komplekan broj $\mathscr{T} \mapsto z = x + i\,y$. Pređemo li na polarne koordinate r (radijalna koordinata) i φ (azimutalni ugao) pomoću Ojlerove formule kompleksan broj možemo da prikažemo u polarnoj formi

$$z = r\cos\varphi + i\,r\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) = r e^{i\varphi}.$$

Ovaj zapis omogućava da se na jednostavan način prikažu rotacije. Naime, pretpostavimo da tačku $\mathscr{T}$ rotiramo oko koordinatnog početka za ugao α. Dobijamo novu tačku $\mathscr{T}'$ kojoj odgovara nov kompleksan broj čija je radijalna koordinata nepromenjena, a azmutalni ugao je povećan za ugao rotacije α:

$$z' = r e^{i(\varphi+\alpha)} = r e^{i\varphi} e^{i\alpha} = z e^{i\alpha}.$$

Poslednja formula nam kaže da se rotacija tačke u ravni svodi na množenje faznim faktorom. Iz nje lako možemo da dobijemo Dekartove koordinate rotirane tačke (x', y') izražene preko starih koordinata i ugla rotacije:

$$\begin{aligned} z' &= x' + i\,y' = z e^{i\alpha} = (x + i\,y)(\cos\alpha + i\sin\alpha) \\ &= (x\cos\alpha - y\sin\alpha) + i(x\sin\alpha + y\cos\alpha), \end{aligned}$$

Slika 2.1: Brum Bridž u Dablinu, mesto na kome je Vilijam Hamilton otkrio pravila množenja kvaterniona. Tu je i ploča na kojoj piše: Here as he walked by on the 16th of October 1843 Sir William Rowan Hamilton in a flash of genius discovered the fundamental formula for quaternion multiplication

$$\mathrm{i}^2 = \mathrm{j}^2 = \mathrm{k}^2 = \mathrm{i}\,\mathrm{j}\,\mathrm{k} = -1$$

& cut it on a stone of this bridge.

iz čega slede dobro poznate formule za koordinate tačke nakon rotacije:

$$x' = x\cos\alpha - y\sin\alpha, \quad y' = x\sin\alpha + y\cos\alpha.$$

Dakle, rotacija u ravni je određena s jednim parametrom i za reprezentovanje ove transformacije su nam dovoljni kompleksni brojevi. To je očekivano jer je ravan dvodimenzionalna, a i kompleksni brojevi su zadati preko dva realna broja. U tri dimenzije stvari su malo komplikovanije. Pre svega, rotacija u prostoru je određena s tri parametra koji se mogu izabrati na različite načine, a možda najjednostavniji je ako zadamo osu rotacije (koja je određena pravcem, odnosno ortom koji je određen s dva parametra) i ugao rotacije (još jedan parametar). Ali ono što je zanimljivo, ispostavilo se da je za opis rotacije u tri dimenzije neophodno stvari posmatrati u "četvorodimenzionalnom" uopštenju kompleksne ravni. Tačke u tom prostoru su nova vrsta brojeva, tzv. kvaternioni.

Kvaternione je otkrio Vilijam Hamilton, oktobra 1842. godine. On je tih dana intenzivno razmišljao o načinu kako da množenjem uopštenih kompleksnih brojeva dobije reprezentaciju rotacija u prostoru. Pokušavao je da uopšti kompleksnu ravan s još jednom imaginarnon koordinatom i nikako nije uspevao da dobije rotaciju. A onda mu je, dok je sa svojom suprugom prelazio Brum Bridž u Dablinu, sinula genijalna ideja da uvede ne još jednu, nego dve dodatne imaginarne koordinate, odnosno da stvari gleda u četvorodimenzionalnom prostoru. To ga je toliko uzbudilo da je u kamenu mosta ucrtao kako se množe brojevi koji određuju ponašanje kvaterniona i, j, k:

$$\mathrm{i}^2 = \mathrm{j}^2 = \mathrm{k}^2 = \mathrm{i}\,\mathrm{j}\,\mathrm{k} = -1. \tag{2.1}$$

Hamiltonova škrabotina se vremenom izbrisala, ali je na mestu gde je stajala postavljena ploča u čast tog svetlog trenutka u istoriji nauke (Slika 2.1).

2.2 Kvaternioni

Kvaternion Q je uređena četvorka relanih brojeva $q_i \in \mathbb{R}$, $i = 0,1,2,3$. Postoji nekoliko načina označavanja kvaterniona i svaki ima svoje prednosti i mane. Hamilton ih je pisao na sledeći način

$$Q = q_0 + \mathrm{i}\,q_1 + \mathrm{j}\,q_2 + \mathrm{k}\,q_3.$$

Pri tome se brojevi i, j, k množe kao što je dato u jednačinama (2.1) iz čega sledi i:

$$\begin{aligned} \mathrm{i}\,\mathrm{j} &= \mathrm{k}, & \mathrm{j}\,\mathrm{i} &= -\mathrm{k}, \\ \mathrm{j}\,\mathrm{k} &= \mathrm{i}, & \mathrm{k}\,\mathrm{j} &= -\mathrm{i}, \\ \mathrm{k}\,\mathrm{i} &= \mathrm{j}, & \mathrm{i}\,\mathrm{k} &= -\mathrm{j}. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Kvaternione možemo posmatrati i kao vektore koji imaju četiri komponente:

$$Q = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}.$$

Analogno kao što smo kod kompleksnog broja definisali realni deo ovde imamo da je $\mathrm{Re}\,Q = q_0$. Imaginarni deo kvaterniona je vektor sa tri komponente

$$\mathrm{Im}\,Q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \vec{q}.$$

tako da se kvaternion može zapisati kao $Q = (\mathrm{Re}\,Q, \mathrm{Im}\,Q) = (q_0, \vec{q})$. Realni i imaginarni delovi kvaterniona se nekad nazivaju skalarni i vektorski respektivno.

Konjugovanje se definiše analogno kao kod kompleksnih brojeva, kao operacija koja ne deluje na realne brojeve, a imaginarnim brojevima menja znak

$$1^* = 1, \quad \mathrm{i}^* = -\mathrm{i}, \quad \mathrm{j}^* = -\mathrm{j}, \quad \mathrm{k}^* = -\mathrm{k},$$

pa je $Q^* = (\mathrm{Re}\,Q, -\mathrm{Im}\,Q)$.

Množenjem dva kvaterniona dobija se novi kvaternion. Pođemo li od Hamiltonovog zapisa, lako dobijamo pravilo množenja:

$$\begin{aligned} QP &= (q_0 + \mathrm{i}\,q_1 + \mathrm{j}\,q_2 + \mathrm{k}\,q_3)(p_0 + \mathrm{i}\,p_1 + \mathrm{j}\,p_2 + \mathrm{k}\,p_3) \\ &= (q_0p_0 - q_1p_1 - q_2p_2 - q_3p_3) + \mathrm{i}(q_1p_0 + q_0p_1 + q_2p_3 - q_3p_2) \\ &\quad + \mathrm{j}(q_2p_0 + q_0p_2 + q_3p_1 - q_1p_3) + \mathrm{k}(q_3p_0 + q_0p_3 + q_1p_2 - q_2p_1), \end{aligned} \tag{2.3}$$

što se može napisati i u sledećem obliku

$$(q_0, \vec{q})(p_0, \vec{p}) = (q_0p_0 - \vec{q} \cdot \vec{p}, q_0\vec{p} + p_0\vec{q} + \vec{q} \times \vec{p}).$$

Definišimo kvadrat norme kvaterniona kao $|Q|^2 = Q^*Q$. Lako se vidi da je ovaj proizvod realan broj

$$|Q|^2 = (q_0, -\vec{q})(q_0, \vec{q}) = (q_0^2 + \vec{q} \cdot \vec{q}, \vec{0}) = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2,$$

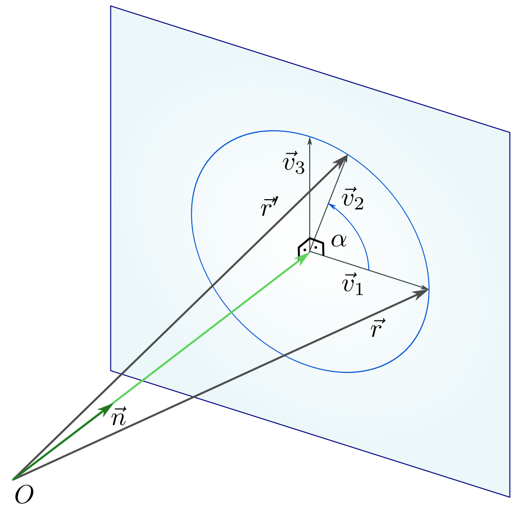
da je

$$|PQ| = |P||Q|$$

i da važi

$$(PQ)^* = Q^*P^*.$$

Sad kada smo definisali kvaternione i videli neke njihove osobine, podsetićemo se konačnih rotacija tačke u prostoru.



Slika 2.2: Rotacija oko fiksne ose $\vec{n}$ za ugao α. Ovde su prikazani početni vektor $\vec{r}$, rotiran vektor $\vec{r}'$, pomoćni vektori $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ i $\vec{v}_3$ kao i ravan normalna na osu rotacije. Izvođenje Rodrigezove formule je opisano u tekstu.

2.3 Konačna rotacija u prostoru

Neka je $\vec{r}$ vektor položaja čestice u odnosu na pol O kroz koji prolazi osa rotacije određena jediničnim vektorom $\vec{n}$. Nakon rotacije za ugao α radijus vektor čestice je $\vec{r}'$. Vezu između ovih vektora lako možemo da vidimo ako pogledamo sliku 2.2. Najpre uočavamo da je $\vec{r}' = (\vec{r}\cdot\vec{n})\vec{n} + \vec{v}_2$ kao i da je $\vec{v}_2 = \vec{v}_1\cos\alpha + \vec{v}_3\sin\alpha$. Dalje su $\vec{v}_1 = \vec{r} - (\vec{r}\cdot\vec{n})\vec{n}$ i $\vec{v}_3 = \vec{v}_1 \times \vec{n} = (\vec{r} - (\vec{r}\cdot\vec{n})\vec{n}) \times \vec{n} = \vec{r}\times\vec{n}$. Stoga je

$$\begin{aligned}
\vec{r}' &= (\vec{r}\cdot\vec{n})\vec{n} + \vec{v}_2 \\
&= (\vec{r}\cdot\vec{n})\vec{n} + \vec{v}_1\cos\alpha + \vec{v}_3\sin\alpha \\
&= (\vec{r}\cdot\vec{n})\vec{n} + (\vec{r} - (\vec{r}\cdot\vec{n})\vec{n})\cos\alpha + (\vec{r}\times\vec{n})\sin\alpha \\
&= \vec{r}\cos\alpha + (\vec{r}\cdot\vec{n})\vec{n}(1-\cos\alpha) + (\vec{r}\times\vec{n})\sin\alpha \qquad (2.4)
\end{aligned}$$

Ovo je Rodrigezova formula, koja opisuje promenu položaja čestice pri konačnoj rotaciji. Sad ćemo da vidimo kako se ista formula može dobiti pomoću kvaterniona.

Pridružimo radijus vektoru položaja čestice $\vec{r}$ kvaternion $R = (0, \vec{r})$. Rotaciju ćemo reprezentovati množenjem kvaterniona. Pošto rotacija ne menja normu vektora, nakon rotacije očekujemo da dobijemo kvadrivektor istog oblika $R' = (0, \vec{r}')$ i iste norme. Prema tome, kvaternion kojim množimo mora da ima jediničnu normu. Taj kvaternion treba da ima tri parametra koji ga određuju, baš kao i rotacija koju želimo da opišemo. Opšti oblik jediničnog kvaterniona je $Q = (\cos\phi, \vec{n}\sin\phi)$. Ispostavlja se da je potrebno usendvičiti kvaternion položaja s Q^* i Q da bi se nakon množenja dobio kvaternion čiji je realni deo nula. Dakle, pogledajmo čemu je jednak proizvod:

$$\begin{aligned}
Q^*RQ &= (\cos\phi, -\vec{n}\sin\phi)(0,\vec{r})(\cos\phi, \vec{n}\sin\phi) \\
&= \left(0, \vec{r}\cos^2\phi + 2\sin\phi\cos\phi(\vec{r}\times\vec{n}) + \sin^2\phi\,[(\vec{n}\cdot\vec{r})\vec{n} - \vec{n}\times(\vec{r}\times\vec{n})]\right) \\
&= (0, \vec{r}\cos 2\phi + (\vec{r}\cdot\vec{n})\vec{n}(1-\cos 2\phi) + (\vec{r}\times\vec{n})\sin 2\phi) \qquad (2.5)
\end{aligned}$$

Poredeći jednačine (2.4) i (2.5) vidimo rešenje. Potrebno je samo da izaberemo $\phi = \alpha/2$. Time dobijamo reprezentaciju rotacije pomoću kvaterniona. Ako je $\vec{n}$ ort ose i α ugao rotacije, potrebno je da formiramo kvaternion $Q = (\cos\frac{\alpha}{2}, \vec{n}\sin\frac{\alpha}{2})$ uz pomoć kojeg se rotacija reprezentuje na sledeći način:

$$R' = Q^*RQ. \qquad (2.6)$$

Razmotrimo detaljnije izraz

$$Q=\left(\cos\frac{\alpha}{2},\vec{n}\sin\frac{\alpha}{2}\right)=\cos\frac{\alpha}{2}+(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})\sin\frac{\alpha}{2}.$$

Ovde su n_x, n_y i n_z komponente orta rotacije. Ovaj kvaternion se može napisati u formi koja predstavlja uopštenje Ojlerove formule:

$$\mathrm{e}^{(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})\phi}=\cos\phi+(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})\sin\phi. \tag{2.7}$$

[Dokaz formule (2.7)] Uopštenje Ojlerove formule (2.7) najlakše se dokazuje koristeći razvoj u red eksponencijalne funkcije i osobine kvaterniona (2.2).

$$\begin{aligned}\mathrm{e}^{(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})\phi} &= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})^n\phi^n\\ &= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})^{2n}}{(2n)!}\phi^{2n}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})^{2n+1}}{(2n+1)!}\phi^{2n+1}\end{aligned}$$

Izračunajmo najpre

$$\begin{aligned}(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})^2 &= n_x^2\,\mathrm{i}^2+n_y^2\,\mathrm{j}^2+n_z^2\,\mathrm{k}^2\\ &\quad +n_xn_y(\mathrm{i}\,\mathrm{j}+\mathrm{j}\,\mathrm{i})+n_xn_z(\mathrm{i}\,\mathrm{k}+\mathrm{k}\,\mathrm{i})+n_yn_z(\mathrm{j}\,\mathrm{k}+\mathrm{k}\,\mathrm{j})\\ &= -1,\end{aligned}$$

pa je

$$(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})^{2n}=(-1)^n,$$
$$(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})^{2n+1}=(-1)^n(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k}).$$

Dakle, sad je

$$\begin{aligned}\mathrm{e}^{(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})\phi} &= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n)!}\phi^{2n}+(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)!}\phi^{2n+1}\\ &= \cos\phi+(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})\sin\phi,\end{aligned}$$

što je i trebalo dokazati.

Uopštenje Ojlerove formule nam omogućava da na još jedan način vidimo rotaciju u trodimenzionalnom prostoru. Relaciju (2.6) sad prepisujemo u formi

$$x'\,\mathrm{i}+y'\,\mathrm{j}+z'\,\mathrm{k}=\mathrm{e}^{-(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})\frac{\alpha}{2}}(x\,\mathrm{i}+y\,\mathrm{j}+z\,\mathrm{k})\mathrm{e}^{(n_x\,\mathrm{i}+n_y\,\mathrm{j}+n_z\,\mathrm{k})\frac{\alpha}{2}}.$$

Da bismo videli kako ovo sve funkcioniše, pogledajmo jedan konkretan primer. Neka je zadat radijus vektor $\vec{r}=2\vec{e}_x+3\vec{e}_y-4\vec{e}_z$. Rotirajmo taj vektor za $\alpha=60^\circ$ oko ose koja prolazi kroz koordinatni početak i ima pravac $\vec{n}=(3\vec{e}_x+4\vec{e}_y)/5$. Najpre formiramo

$$Q=\cos 30^\circ+\frac{3\,\mathrm{i}+4\,\mathrm{j}}{5}\sin 30^\circ=\frac{5\sqrt{3}+3\,\mathrm{i}+4\,\mathrm{j}}{10}.$$

Komponente rotiranog vektora dobijamo

$$\begin{aligned}x'\,\mathrm{i}+y'\,\mathrm{j}+z'\,\mathrm{k} &= \frac{5\sqrt{3}-3\,\mathrm{i}-4\,\mathrm{j}}{10}(2\,\mathrm{i}+3\,\mathrm{j}-4\,\mathrm{k})\frac{5\sqrt{3}+3\,\mathrm{i}+4\,\mathrm{j}}{10}\\ &= \frac{52+40\sqrt{3}}{25}\,\mathrm{i}+\frac{147-60\sqrt{3}}{50}\,\mathrm{j}+\frac{-20-\sqrt{3}}{10}\,\mathrm{k},\end{aligned}$$

pa je vektor posle rotacije

$$\vec{r}' = \frac{52+40\sqrt{3}}{25}\vec{e}_x + \frac{147-60\sqrt{3}}{50}\vec{e}_y + \frac{-20-\sqrt{3}}{10}\vec{e}_z.$$

Vratimo se sad opštim razmatranjima osobina kvaternionske reprezentacije za rotaciju. Pošto je Q kvaternion jedinične norme $Q^*Q = 1$, vidimo i kako se dobija inverzna transformacija

$$R = QR'Q^*. \tag{2.8}$$

Ako uvedemo nov kvaternion $\tilde{Q} = Q^* = (\cos\phi, -\vec{n}\sin\phi)$, on očigledno opisuje inverznu rotaciju i važi isti zakon transformacije kao u (2.6):

$$R = \tilde{Q}^* R' \tilde{Q}.$$

Pogledajmo kako u formalizmu kvaterniona izgleda reprezentacija preko Ojlerovih uglova [**2**; **3**]. Kao što je dobro poznato, rotacija može da se opiše pomoću tri Ojlerova ugla φ, θ i ψ. Ukupna rotacija je kompozicija tri rotacije, pa se kvaternion koji opisuje odgovarajuću rotaciju može videti kao proizvod tri kvaternionona

$$\begin{aligned} Q_{\varphi,\theta,\psi} &= Q(\cos\frac{\varphi}{2}, \sin\frac{\varphi}{2}\vec{e}_z)Q(\cos\frac{\theta}{2}, \sin\frac{\theta}{2}\vec{e}_x)Q(\cos\frac{\psi}{2}, \sin\frac{\psi}{2}\vec{e}_z) \\ &= \left(\cos\frac{\varphi}{2} + \mathrm{k}\sin\frac{\varphi}{2}\right)\left(\cos\frac{\theta}{2} + \mathrm{i}\sin\frac{\theta}{2}\right)\left(\cos\frac{\psi}{2} + \mathrm{k}\sin\frac{\psi}{2}\right) \\ &= \cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{\varphi+\psi}{2} + \mathrm{i}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\varphi-\psi}{2} \\ &+ \mathrm{j}\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{\varphi-\psi}{2} + \mathrm{k}\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\varphi+\psi}{2}. \end{aligned} \tag{2.9}$$

Ovde vidimo prednost kvaterniona u odnosu na matričnu reprezentaciju rotacije – jednačina (2.9) sadrži istu informaciju kao i matrica reprezentacije rotacije preko Ojlerovih uglova

$$R = \begin{pmatrix} \cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\cos\theta\sin\psi & \sin\varphi\cos\psi + \cos\varphi\cos\theta\sin\psi & \sin\theta\sin\psi \\ -\cos\varphi\sin\psi - \sin\varphi\cos\theta\cos\psi & -\sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\theta\cos\psi & \sin\theta\cos\psi \\ \sin\varphi\sin\theta & -\cos\varphi\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix},$$

ali je od nje dosta kompaktnija i jednostavnija. Odatle dolazi i praktična korist kvaternionske reprezentacije rotacije, pomoću nje se lakše računa zbog čega se ona koristi kad je potrebno brzo određivanje položaja tela posle rotacije, kao npr. u robotici [**4**], programiranju kompjuterskih igara, navigaciji…

2.4 Ugaona brzina reprezentovana kvaternionima

Potražimo kako se preko kvaterniona može reprezentovati ugaona brzina. Pretpostavimo da imamo dva koordinatna sistema: laboratorijski sistem S i sistem vezan za kruto telo S'. Radi jednostavnosti, prodiskutovaćemo kretanje krutog tela oko nepokretne tačke O. U tu tačku ćemo postaviti koordinatne početke oba koordinatna sistema. Brzina tačke krutog tela se svodi na čistu rotaciju i jednaka je

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r},$$

gde je $\vec{\omega}$ ugaona brzina rotacije sistema S' u odnosu na S. Položaj tačke krutog tela $\vec{r}$ može da se opiše i kvaternionom položaja $R = (0, \vec{r})$. Ista tačka se u sistemu krutog tela opisuje s $R' = (0, \vec{r}')$. Dva koordinatna sistema su povezani jednom rotacijom, a nju ćemo opisati kvaternionima. Dakle, postoji jedinični kvaternion Q koji povezuje R i R' i on se menja u vremenu, jer sistem S' rotira.

$$R = QR'Q^*, \quad R' = Q^*RQ.$$

Potražimo izvod po vremenu prve od prethodne dve jednačine:

$$\dot{R} = \dot{Q}R'Q^* + QR'\dot{Q}^*.$$

Ovde smo iskoristili Lajbnicovo pravilo koje važi i za proizvod kvaterniona, kao i činjenicu da je u nepokretnom sistemu $\dot{R}' = 0$. Dalje je

$$\dot{R} = \dot{Q}Q^*RQQ^* + QQ^*RQ\dot{Q}^* = \dot{Q}Q^*R + RQ\dot{Q}^*.$$

Pogledajmo veličinu $\Lambda = \dot{Q}Q^*$. Pre svega, vidimo da je $\Lambda^* = Q\dot{Q}^*$. Zatim

$$\Lambda = \dot{Q}Q^* = \left(\dot{q}_0, \dot{\vec{q}}\right)(q_0, -\vec{q}) = \left(\dot{q}_0 q_0 + \dot{\vec{q}} \cdot \vec{q}, -\dot{q}_0\vec{q} + q_0\dot{\vec{q}} - \dot{\vec{q}} \times \vec{q}\right) = \left(0, \vec{\lambda}\right).$$

Realni deo kvaterniona Λ je 0, jer se norma od Q ne menja pa je $\dot{q}_0 q_0 + \dot{\vec{q}} \cdot \vec{q} = 0$. Imaginarni deo ovog kvaterniona smo označili s $\vec{\lambda}$ i sad ćemo videti čemu je jednak taj vektor.

$$\dot{R} = \Lambda R + R\Lambda^* = (0, \vec{\lambda})(0, \vec{r}) + (0, \vec{r})(0, -\vec{\lambda}) = 2\vec{\lambda} \times \vec{r}.$$

S druge strane je $\dot{R} = (0, \dot{\vec{r}})$, pa je

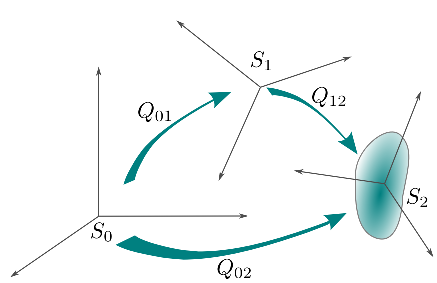
$$\dot{\vec{r}} = \vec{\omega} \times \vec{r} = 2\vec{\lambda} \times \vec{r} \Rightarrow \vec{\lambda} = \frac{1}{2}\vec{\omega}.$$

Dakle, vektorski deo kvaterniona Λ je polovina ugaone brzine, odakle se nameće da uvedemo i kvaternion ugaone brzine

$$\Omega = (0, \vec{\omega}) = 2(0, \vec{\lambda}) = 2\dot{Q}Q^*. \tag{2.10}$$

U sopstvenom sistemu kvaternion ugaone brzine će biti

$$\Omega' = Q^*\Omega Q = 2Q^*\dot{Q}Q^*Q = 2Q^*\dot{Q}. \tag{2.11}$$



Slika 2.3: Tri koordinatna sistema S_0, S_1 i S_2. Na slici su prikazani i kvaternioni koji rotacijom prevode jedan sistem u drugi.

Ova reprezentacija ugaone brzine omogućava da lako izvedemo jedan poznat rezultat: da se ugaone brzine sabiraju kao vektori ako su izražene u istom referentnom sistemu. Razmotrimo tri referentna sistema: inercijalni sistem S_0, neinercijalni sistem S_1 i sistem vezan za kruto telo S_2. Položaj jedne tačke posmatramo iz ova tri sistema i opisujemo je s tri kvaterniona R_0, R_1 i R_2. Ova tri kvaterniona su povezani rotacijama. Rotacija sistema S_m u odnosu na sistem S_n opisana je kvaternionom Q_{nm} kao što je prikazano na slici 2.3 ($m,n = 0,1,2$). Stoga možemo da pišemo:

$$R_1 = Q_{01}^* R_0 Q_{01}, \quad R_2 = Q_{12}^* R_1 Q_{12}, \qquad R_2 = Q_{02}^* R_0 Q_{02},$$

iz čega sledi

$$Q_{02} = Q_{01} Q_{12}. \tag{2.12}$$

Označimo s $\Omega_{mn}^{(n)} = (0, \vec{\omega}_{mn}^{(n)})$ kvaternion ugaone brzine, koji opisuje rotaciju sistema S_n u odnosu na S_m izraženo u sistemu S_n. Koristeći (2.11) i (2.12) dobijamo:

$$\begin{aligned}
\Omega_{02}^{(2)} &= 2Q_{02}^* \dot{Q}_{02} \\
&= 2(Q_{01}Q_{12})^* \frac{\mathrm{d}(Q_{01}Q_{12})}{\mathrm{d}t} \\
&= 2Q_{12}^* Q_{01}^* (\dot{Q}_{01} Q_{12} + Q_{01} \dot{Q}_{12}) \\
&= 2Q_{12}^* Q_{01}^* \dot{Q}_{01} Q_{12} + 2Q_{12}^* \dot{Q}_{12} \\
&= Q_{12}^* \Omega_{01}^{(1)} Q_{12} + \Omega_{12}^{(2)} \\
&= \Omega_{01}^{(2)} + \Omega_{12}^{(2)}.
\end{aligned}$$

Ako pogledamo vektorski deo poslednje jednačine, dobićemo željeni rezultat za vektore ugaone brzine:

$$\vec{\omega}_{02}^{(2)} = \vec{\omega}_{01}^{(2)} + \vec{\omega}_{12}^{(2)}.$$

2.5 Matrična reprezentacija kvaterniona

Postoji jedna osobina kvaterniona koja nam omogućava da razumemo zašto kvatenioni mogu da opišu rotacije - njih je moguće povezati s rotacionom grupom. Sad ćemo da vidimo kako se dobija ta veza.

Poznato je da je kompleksne brojeve moguće opisati preko matrica: ako imamo kompleksan broj njega možemo da reprezentujemo 2×2 realnom matricom

$$z = a + \mathrm{i}b \to \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}.$$

Lako se vidi da matrično množenje reprodukuje množenje kompleksnih brojeva. Kompleksno konjugovanje kompleksnog broja se vidi kao transponovanje matrice, dok je kvadrat norme kompleksnog broja determinanta matrice. Slično je i kod kvaterniona, koji se mogu reprezentovati 2×2 kompleksnom matricom

$$Q = a + \mathrm{i}b + \mathrm{j}c + \mathrm{k}d \to \begin{pmatrix} a + \mathrm{i}b & c + \mathrm{i}d \\ -c + \mathrm{i}d & a - \mathrm{i}b \end{pmatrix}.$$

Ova matrica se može napisati u obliku

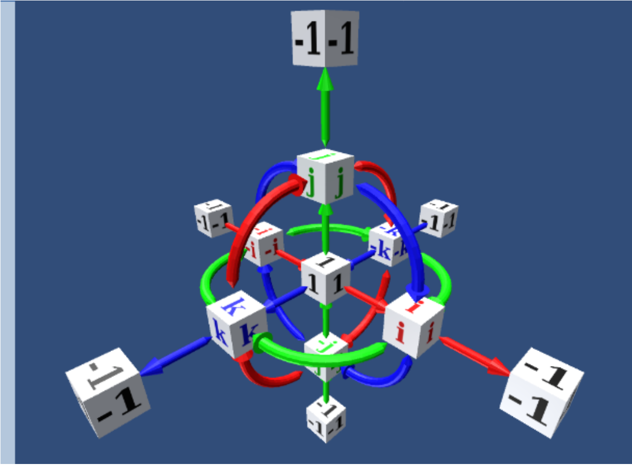
$$\begin{pmatrix} a + \mathrm{i}d & c + \mathrm{i}b \\ -c + \mathrm{i}b & a - \mathrm{i}d \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b\mathrm{i} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c\mathrm{i} \begin{pmatrix} 0 & -\mathrm{i} \\ \mathrm{i} & 0 \end{pmatrix} + d\mathrm{i} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

iz čega se vidi da je ta matrica linearna kombinacija $\{I, \mathrm{i}\,\sigma_1, \mathrm{i}\,\sigma_2, \mathrm{i}\,\sigma_3\}$, gde su σ_i Paulijeve matrice, koje su generatori $su(2)$ algebre, čijim se eksponenciranjem dobija $SU(2)$ grupa koja je izomorfna s rotacionom $SO(3)$ grupom. Inače, ovo nije jedini način da se kvaternioni reprezentuju matrično [**5**].

Upoznali smo se s kvaternionima i videli kako se pomoću kvaterniona reprezentuje rotacija. Ovo nije jedini zanimljiv način da se opiše rotacija. Isto tako, ovo nije jedini način da se kvaternioni iskoriste za opis poznatih fizičkih situacija: oni su zgodna alatka za opis nekih složenijih grupa (Lorencova, Poenkareova, Desiterova, Antidesiterova...). Posebno su zanimljive rotacije u većem broju prostornih dimenzija i primena u specijalnoj teoriji relativnosti [**6**]. Takođe, postoji uopštenje kvaterniona – oktonioni, koji takođe imaju primenu u fizici. Ovde je razmotrena kinematika rotacije opisana kvaternionima. Sledeći korak bi mogao da bude proučavanje dinamike u okviru istog formalizma, što zainteresovani čitalac može uraditi sam, ili naći rešenje u literaturi koja je navedena ispod [**7**].

[Ukratko]

1. Kvaternioni su uopštenje kompelsnih brojeva. Kvaternion Q se može reprezentovati kao $Q = q_0 + \mathrm{i}\,q_1 + \mathrm{j}\,q_2 + \mathrm{k}\,q_3$, gde su i, j i k elementi algebre kvaterniona koji zadovoljavaju $\mathrm{i}^2 = \mathrm{j}^2 = \mathrm{k}^2 = \mathrm{i}\,\mathrm{j}\,\mathrm{k} = -1$.
2. Pomoću kvaterniona može se reprezentovati rotacija u prostoru. Ako je $\vec{n}$ ort ose i α ugao rotacije onda su koordinate tačke (x, y, z) nakon rotacije (x', y', z') i one se dobijaju preko:
$$x'\,\mathrm{i} + y'\,\mathrm{j} + z'\,\mathrm{k} = \mathrm{e}^{-(n_x\mathrm{i} + n_y\mathrm{j} + n_z\mathrm{k})\frac{\alpha}{2}}(x\mathrm{i} + y\mathrm{j} + z\mathrm{k})\mathrm{e}^{(n_x\mathrm{i} + n_y\mathrm{j} + n_z\mathrm{k})\frac{\alpha}{2}}.$$
3. Kvaternion ugaone brzine sistema S' koji se kreće u odnosu na sistem S, sa stanovišta posmatrača S je
$$\Omega = 2\dot{Q}Q^*.$$
gde je Q kvaternion koji opisuje prelaz s koordinata sistema S u koordinate sistema S'.
4. Kvaternionska reprezentacija rotacije je kompakta i omogućava brzo određivanje koordinata radijus vektora nakon rotacije.



Literatura

[1] Richard Feynmann, “The Feynman Lectures on Physics”, Volume 1, Chapter 22.

[2] Kerry W. Spring, “Euler Parameters and the use of quaternion algebra in the manipulation of finite rotations: a review”, Mechanism and Machine Theo O’ Vol. 21, No. 5, pp. 365-373, 1986

[3] James Diebel, “Representing Attitude: Euler Angles, Unit Quaternions, and Rotation Vectors”, 2006

[4] Chou Jack, “Quaternion kinematic and dynamic differential equations”, IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 8, no. 1, pp. 53-64

[5] Richard William Farebrother, Jürgen Groß, Sven-Oliver Troschke, “Matrix representation of quaternions”, Linear Algebra and its Applications, Volume 362, 2003, Pages 251-255

[6] Stefano De Leo, “Quaternions and special relativity,” Journal of Mathematical Physics **37** (1996) 2955 [hep-th/9508011].

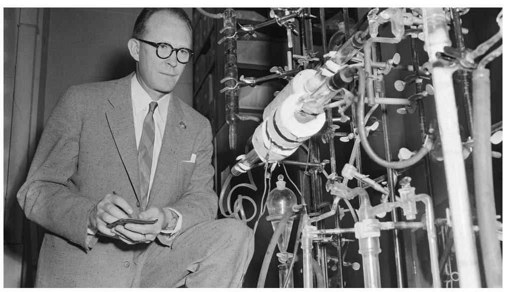
[7] Basile Graf, “Quaternions and dynamics”, arXiv:0811.2889 [math.DS].

R Autor teksta: doc. dr Duško Latas, FF.

3. Fizika u neke druge svrhe

3.1 Fizika i arheologija

Kao što već mnogi od vas znaju, arheologija je naučna disciplina koja se bavi izučavanjem materijalnih ostataka. Problem je u tome što materijalni ostaci ne dolaze sa datumom proizvodnje na nekom vidljivom mestu. Period iz kojeg potiče neki predmet nam je važan zato što nam pomaže da sklopimo kockice i stavimo u određeni kontekst delić koji imamo u rukama i kasnije ga analiziramo u širem kontekstu, kao deo slagalice.
Nadam se da ste zastali kod naslova ove rubrike i da već postaljate pitanja. Kako fizika može da pomogne i reši ovaj problem? Odgovor najčešće pronalazimo kada se usresdsredimo na upoznavanje problema. Zato, krenimo od početka, pravog početka.
Praistorijskog zapravo, jer nam je on zadao naviše glavobolja, jer nismo imali nijedan način da pravilno datiramo pronađene artefakte. Datiranje je jako važno zbog istorijskih perioda koje istražujemo i svaka greška utiče na to kako posmatramo određeni period ljudske istorije. Te greške mogu dospeti u istorijske knjige, a posledice toga je teško sagledati.
Tu na scenu stupa fizika sa svojim metodama, a sada ćemo baš govoriti o radiokarbonskoj metodi koja arheolozima izuzetno znači u rešavanju ovakvih problema. Ova metoda razvijena je 40-ih godina prošlog veka na Univerzitetu u Čikagu od strane profesora Vilarda Libija.



Slika 3.1: Vilard Libi (*Willard Libby*) (1908-1980), tvorac radiokarbonske metode datiranja i dobitnik Nobelove nagrade za hemiju 1960. godine.

On je prvi put upotrebio ovaj metod za određivanje starosti drvenih predmeta nađenih u grobnici jednog egipatskog faraona. Za svoj pionirski rad u razvoju ove metode, Libi je dobio Nobelovu nagradu 1960. godine.

3.1.1 Princip rada radiokarbonske metode

Ova metoda se zasniva na procesu radioaktivnog raspada nestabilnog izotopa ugljenica ^{14}C u stabilni izotop ^{14}N uz oslobađanje elektrona. Radioativni ^{14}C ima relativno dug period poluraspada koji iznosi 5.730 godina. Period poluraspada je vreme neophodno da se broj jezgara prepolovi usled radioaktivnog raspada i ovo je jedna od ključnih informacija koje koristimo u daljoj analizi.

Gorepomenuti ugljenikov izotop lako ulazi u reakciju sa kiseonikom stvarajući radioaktivni ugljen-dioksid koji biljke koriste u procesu fotosinteze. Ovo jedinjenje se dalje upotrebljava u svim ciklusima kod živih bića koja su jedinjenje unele u organizam jedući biljke. Kad organizam ugine, svi ciklusi koji upotrebljavaju ugljen-dioksid se prekidaju i zarobljeni ^{14}C počinje da se raspada i dobija se ^{14}N. Mereći preostalu količinu ^{14}C, a znajući period poluraspada, lako se određuje trenutak uginuća nekog organizma.

Ovaj metod je konceptualno relativno jednostavan i daje dobru tačnost, ali samo kod organizama starosti do 40.000 godina. Izuzetno precizni instrumenti daju dobru tačnost i za period od 70.000 godina. Treba još pomenuti da su neophodni određeni uslovi da bi se ova metoda upotrebila i da nije korisna uvek. Recimo, ne možemo datirati ostatke koi su stari milion godina, ako unutar tog uzorka ne postoji dovoljno materijala koji bi se mogli analizirati. Primera radi, fosilni ostaci dinosaurusa ne bi se mogli datirati ovom metodom, jer su dinosaurusi istrebljeni pre 60 miliona godina.
Ako pažljivije razmislite, setićete se da ste ovaj metod sretali u serijama i filmovima kada se analizira neki misteriozni predmet. Sada znate kako radiokarbonska metoda radi i sledeći put ćete biti u toku sa onim što pratite.
Ne propustite narednu tekst, očekuje nas nova tema koja će vam pomoći da bolje razumete svet oko sebe i sve ono što srećete svakodnevno.

Do narednog čitanja!

R Autor rubrike: Irina Ručnov, studentkinja FF.

4. Potprostor radoznalosti

Simfonija prostor-vremena: Kad crne rupe zazvone.

Prošla je ponoć. Sediš potpuno sam u zamračenoj sobi sa slušalicama u ušima i slušaš ritmove svog omiljenog benda dok su ti misli i dalje okupirane novom epizodom dokumentarnog filma koji si sasvim slučajno video na TV-u pre sat vremena. Pričali su o kosmosu, o čudima van domašaja mašte običnog čoveka, ali ne i tebe, studenta fizike koji je celog života dozvoljavao mislima da istražuju segmente postojanja koji odbijaju da se povinuju zdravom razumu i svakodnevnoj intuiciji. Kroz glavu ti prolazi repriza cele epizode dok nesvesno kontempliraš o svemu što je rečeno...

Prostor-vreme, neuhvatljiva srž našeg univerzuma. Varljiva pozornica na kojoj se odvija cela istorija svega što postoji, što je postojalo i što će, iz naše perspektive, tek postojati. Ali za razliku od scene od čvrstih dasaka na kojoj glumci izvode predstavu, ova pozornica je elastična. Ne zaista, elastična je! I četvorodimenzionalna... Ali hajde da pogledamo Ajnštajnove jednačine i shvatimo zašto.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\mu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^2}T_{\mu\nu}$$

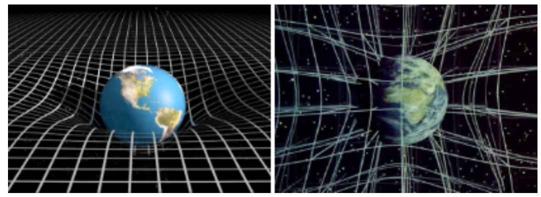
Verovatno ste se počešali po glavi i rekli jedno zbunjeno „okeeeej...“, ali ne brinite, postoji mnogo načina na koje se jednačine mogu pročitati bez mnogo matematičkih peripetija. Ceo izraz sa leve strane predstavlja opis zakrivljenja prostor-vremena dok izraz sa desne strane (označeno sa T) nosi informaciju o energiji (kroz materiju i zračenje) uz neku konstantu. Stoga, jednačina može da se napiše drugačije

$$\textit{Zakrivljenje prostor-vremena} = \textit{Konstanta} \cdot \textit{Energija}$$

To znači da je ceo univerzum ustvari jedna „gumenasta“ sredina (kontinuum) koju deformiše sve što se u njoj nađe, a pritom mora da se povinuje novonastalim deformitetima. To takođe znači da gravitacija nije sila već samo težnja objekata da se kreću po pravim linijama prostor-vremena koje su zbog prisustva mase zakrivljene. Ovo bukvalno dozvoljava da celu Opštu teoriju relativnosti sumiramo u jednoj rečenici:

„Materija krivi prostor-vreme, a zakrivljenje u prostor-vremenu govori materiji kako da se kreće“.

Ah, Ajnštajn je stvarno bio genije!, misliš u sebi.



Slika 4.1: Leva slika je najčešća ilustracija toga kako masa krivi prostor-vreme, međutim, analogija nije dobra jer prikazuje 2D prostor zakrivljen u 3 dimenzije. Slika desno je bolja analogija i tačnije ilustruje zakrivljenje 3D prostora u 4 dimenzije.

Naravno, ova teorija predviđa i galaktičke monstrume u vidu, svima dobro poznatih crnih rupa - delova univerzuma gde je materija tako gusto pakovana da ni sama svetlost ne može da pobegne njenom gravitacionom stisku. Crne rupe svojom gravitacijom toliko krive prostor-vreme da ti delovi univerzuma postaju kompletno izolovani od ostatka svemira što dovodi do mnogih pitanja... Šta se dešava kada se pređe horizont događaja? Šta je singularitet? Da li su crne rupe mali univerzumi za sebe ili njihovo postojanje znači da se tamo „negde“ rodio novi univerzum? I... kakve veze crne rupe imaju sa muzikom?

Dok ti se po glavi vrte sva ova pitanja i dok maštaš šta bi moglo biti „sa druge strane“, eksperimentatorske vijuge u tebi se bude, počinješ polako da zamišljaš nove situacije i kao presečeno munjom, na pamet ti pada sledeća suluda misao - kao da jedna crna rupa nije dovoljno misteriozna i neshvatljiva sama po sebi - ali šta se desi kada imamo dve crne rupe?! Neko je sigurno već istražio ovu ideju... zar ne?

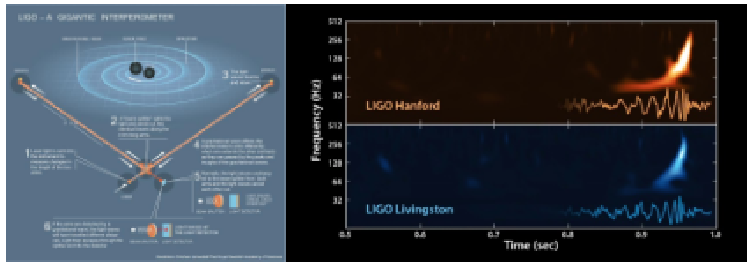
I zaista, binarni sistemi crnih rupa su teorijski bili predviđeni a neki su čak bili posredno uočeni kroz ponašanje zvezda oko njih. Međutim, ono što se dešava u sumanutom plesu dva objekta u kojima i sam univerzum silazi sa uma je sve samo ne jednostavno. Naime, dve crne rupe kada upadnu u međusobnu sferu gravitacionog uticaja započinju svoju igru isto kao i dve zvezde u sličnoj situaciji.

Na kraju krajeva, crne rupe i jesu zvezde koje su prošle štošta u životu, misliš za sebe.

Dok se polako ali sigurno približavaju u spirali jedna ka drugoj, igra ova dva monstruozna objekta počinje da ostavlja svoj pečat u samom prostor-vremenu. Kidajući tkanje svemira u neshvatljivo snažnom i brzom obrtanju dva potpuno izolovana mala univrezuma koja su sve bliža konačnom sudaru, stvaraju se gravitacioni talasi koji odzvanjaju čitavim univerzumom. U poslednjim sekundama pre spoja dve crne rupe, ovi talasi su toliko intenzivni da mogu da putuju kroz univerzum milijardama godina i još uvek budu uočljivi...

Upravo to se i desilo 2016. godine kada su naučnici u opservatoriji *LIGO* (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) prvi put u istoriji uočili eho jednog ovako dramatičnog događaja. Ni manje ni više, spoj ove dve crne rupe se desio milijardu i po svetlosnih godina daleko od Zemlje dok su gravitacioni talasi isto toliko godina putovali do nas, da bismo mi baš u tih nekoliko mikrosekundi prolaska kroz Zemlju, bili spremni i uspeli da ih detektujemo. Ali, kako dva izolovana dela univerzuma koja u sebi nose singularitete uopšte mogu da se spoje? I zaista, do skoro nismo znali da li je spoj crnih rupa uopšte moguć ili su osuđene da večno teže jedna ka drugoj uz neke nama neobjašnjive efekte prostor-vremena. Međutim, najnovija otkrića su pokazala da se crne rupe ipak spajaju.

I kako bilo ko može da zna šta se desi kada se crne rupe spoje? Na kraju krajeva, horizonti događaja predstavljaju deo crne rupe iz kog nikakva infomracija ne može da pobegne napolje...



Slika 4.2: Ilustracija aparature koja detektuje gravitacione talase i prvi detektovani signal u istoriji.

Kako je onda mešanje dve takve oblasti moguće? Šta je sa horizontom događaja i da li se i on menja?, hvataš sebe duboko zaokupiranog mislima o tako dalekim i nerazumljivim objektima dok u pesmi koju slušaš počinje otkačena gitarska solaža praćena blesavim improvizacijama na klaviru...

Ah kako dobra kombinacija gitare i klavira, uživaš u sebi. Ali, kako uopšte znaš da su instrumenti koje čuješ baš gitara i klavir ako ne vidiš svirača i instrument koji svira? Šta je ono što ih suštinski razlikuje tako da i bez gledanja možeš reći koji je koji?

Hajde da napravimo malu digresiju od svemirskih čudovišta uronjenih u nekakav četvorodimenzionalni želatin i pozabavimo se muzikom, ali kao fizičari, naravno. Ispostaviće se da su crne rupe svojevrsni muzički instrumenti, ali više reči o tome nešto kasnije.

Zvuk je ništa drugo nego vibracija sredine (vazduha) koju ljudsko uvo može da detektuje i interpretira. Sam zvuk je dosta složen pojam pa ćemo ga pojednostaviti tako što ćemo prvo govoriti o čistim tonovima. Čist ton nije ništa drugo nego harmonijska vibracija sredine, odnosno prostije rečeno, vibracija koju opisuje čisto sinusna (kosinusna) funkcija - dakle, najjednostavniji mogući talas

$$A \sin(\omega t).$$

Taj talas karakterišu dve ključne osobine - amplituda (A) tj. veličina talasa koja govori o jačini (glasnoći) tona i frekvencija (ω) koja govori o visini tona. Talasi imaju divnu osobinu linearnosti što znači da mogu da se najprostije sabiraju. To znači da se više različitih čistih tonova kombinuju u jedan, nešto komplikovaniji zvuk koji matematički nije ništa drugo nego zbir talasa čistih tonova koji ga čine:

$$A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(\omega_2 t) + A_3 \sin(\omega_3 t) + \ldots$$

Međutim, kako frekvencije (visine tona) mogu da budu bilo koji broj, to znači da zvuk u najopštijem slučaju može da se predstavi kao kombinacija svih mogućih čistih tonova/frekvencija (beskonačno mnogo njih) gde se različiti zvukovi razlikuju samo po tome koliko je koja frekvencija glasna. Dakle, nešto opštiji opis zvuka bi bio

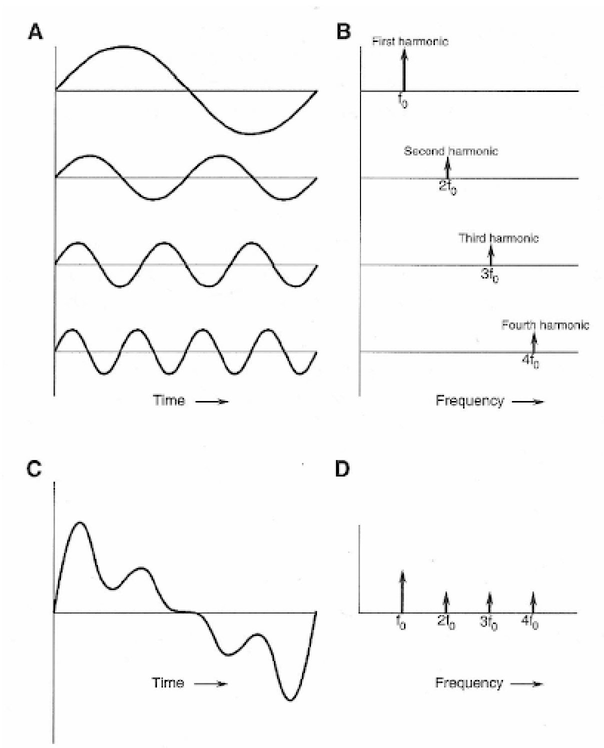
$$\int_0^\infty A(\omega) \sin(\omega t) d\omega,$$

odnosno beskonačna suma talasa svih mogućih frekvencija.

Ipak, u praktičnom slučaju, čisti tonovi su opisani nešto složenije nego što je navedeno. Razlog tome je što su objekti koji proizvode zvuk zapravo ograničeni sa jedne ili sa obe strane, kao na primer žica na gitari ili cev trube koja je samo sa jedne strane otvorena. Ovo rezultuje stvaranjem takozvanih stojećih talasa. Iako je njihov opis malo komplikovaniji, suština da svaki ima svoju frekvenciju i da se oni međusobno kombinuju da bi stvorili zvuk je ista.

Ukoliko neki među vama prepoznaju Furijeovu teoremu u svemu ovome, bravo! To je upravo suština Furijeovog integrala uz malo veću matematičku opštost.

Takođe, realan fizički objekat, žica recimo, može da vibrira čistom frekvencijom samo u suludo specijalnom slučaju (da bude okinuta u položaju sinusnog talasa) što se u praksi ne dešava. To znači da kada okinemo žicu, ona vibrira u šablonu koji predstavlja kombinaciju svih mogućih frekvencija s tim što su samo neke od njih istaknute (najglasnije). Ispostavlja se da su to zapravo celobrojni umnošci fundamentalne (najniže osnovne) frekvencije. Na primer, ukoliko okinemo „A“ žicu na gitari, ona daje zvuk frekvencije 440 Hz, ali vibrira i na 880 Hz, 1320 Hz itd. Međutim, naše uvo taj zvuk registruje kao 440 Hz jer je to najniža frekvencija. Ostale frekvencije se zovu harmonici i oni definišu tzv. „harmonijski sastav“ zvuka odnosno boju zvuka. Upravo taj harmonijski sastav je ono što nam dozvoljava da pravimo razliku između iste note odsvirane na gitari i na klaviru.

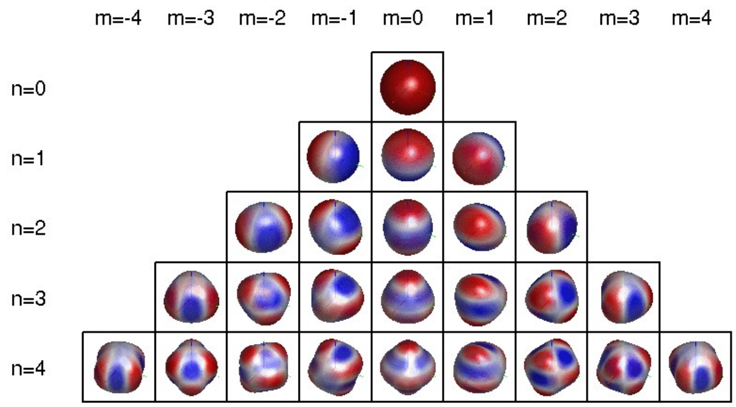


Slika 4.3: Ovde su prikazani prosti talasi različitih frekvencija, odnosno fundamentalni talas i njegovi viši harmonici. Kada se oni saberu daju komplikovan periodičan šablon koji zovemo zvuk.

Do sada smo ovaj fenomen objašnjavali na žici koja je esencijalno jednodimenzionalni objekat, međutim, stojeći talasi se formiraju i na dvodimenzionalnim objektima. Na primer, zategnuta membrana doboša isto ima fundamentalnu frekvenciju praćenu višim harmonicima koji daju specifičan zvuk doboša, mada su te vibracije dosta složenije. Takođe, pretpostavka da ovo isto važi i u tri dimenzije je potpuno ispravna. Zamislite balon od sapunice kako se vijuga i vibrira na taj način. Ove trodimenzionalne oscilacije se isto opisuju različitim „frekvencijama“ oscilovanja samo što ovog puta nisu sinusi i kosinusi, nego sferni harmonici.

Sada ti kroz glavu prolazi: Da, da... dovoljno sam puta slušao o oscilacijama, modovima oscilovanja, Furijeovim redovima i sfernim harmonicima. Istina, možda nisam imao uvid u te stvari iz ovog ugla, ali da li ovi balončići od sapunice i crne rupe rade nešto slično... Ako samo na osnovu harmonijskog sastava možemo da kažemo koji instrument čujemo, da li i gravitacioni talasi imaju neke harmonike koji nam nešto više govore o crnoj rupi? I tu bi bio potpuno u pravu!

Ispostavlja se da kada se dve crne rupe spoje, one formiraju jedinstvenu crnu rupu „tikvastog“ oblika koja vrlo brzo teži da se stabilizuje kao sfera (pogledajte sliku sa sfernim harmonicima).



Slika 4.4: Ilustracije sfernih harmonika predstavljenih kao različiti modovi vibracija sferne membrane.

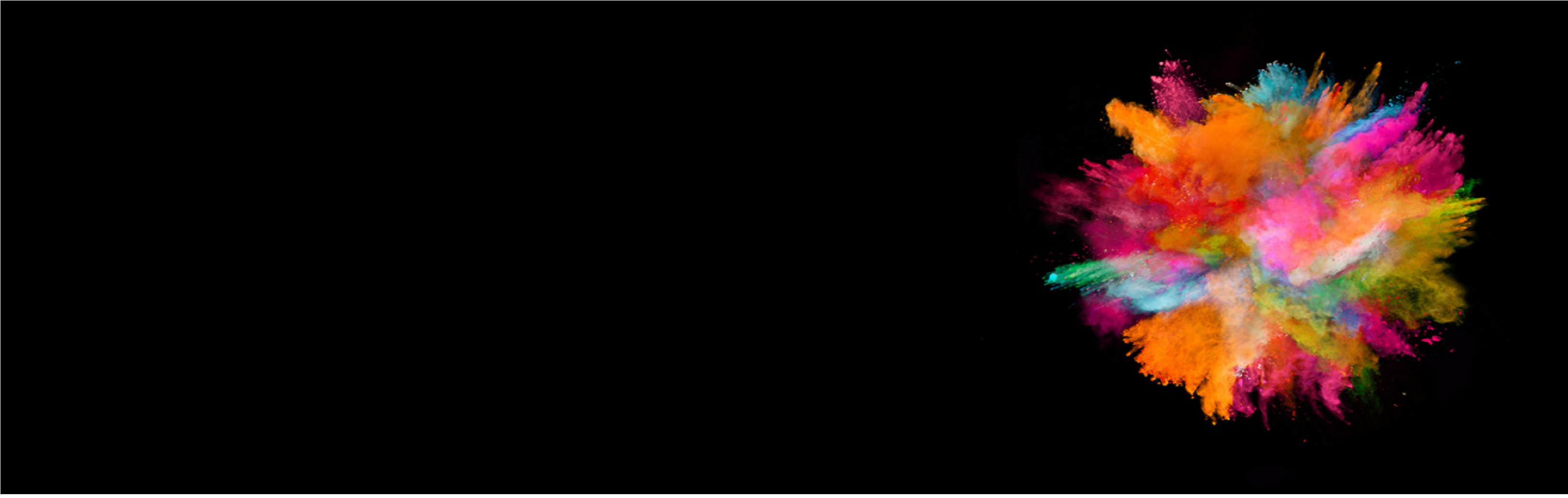
Naravno, to dovodi do oscilacija koje su i više nego bogate različitim harmonicima. Međutim, ukoliko se u ovom trenutku pitate kako to crna rupa osciluje odnsno šta uopšte osciluje, onda ste na jako dobrom tragu! U trenutku spoja, ne osciluje crna rupa niti njen horizont događaja, osciluje zapravo sam univerzum oko crne rupe, osciluje prostor-vreme!

U široj slici celog događaja, dve crne rupe prave gravitacione talase koji postaju sve jači i jači do trenutka spoja kada se dešava tzv. „odzvon“ gravitacionih talasa. Taj deo odzvona zapravo odgovara oscilacijama nakon spajanja i 2019. godine, harmonijski sastav odzvona je detektovan i dešifrovan. Naučnici su ustanovili da analizom viših harmonika gravitacionih talasa crnih rupa možemo dobiti uvid u detalje te crne rupe i samog kataklizmičnog događaja sudara dve crne rupe potpuno analogno tome kako na osnovu analize harmonika možemo zaključiti sve o instrumentu koji slušamo, čak i sam oblik instrumenta!

Generalno, oscilacije, frekvencije i harmonici se javljavuju svuda u nauci gde god se bilo šta dešava. Mehanički talasi, zemljotresi, vibracije kristalih rešetaka, zvuk, vidljiva svetlost, elektromagnetni talasi i na kraju krajeva kvantna talasna funkcija čestica koja nosi potpuni opis čestica, svi predstavljaju talasne fenomene. Gde ima talasa ima i harmonika. Naučna metoda koja proučava spektar harmonika se zove spektroskopija i u zavisnosti od specifičnog fenomena čiji spektar proučava postoje različite grane spektroskopije. Ova najnovija otkrića u gravitacionim talasima su stvorila potpuno novu granu spektroskopije koja se naziva spektroskopija gravitacionih talasa, i kao jedva godinu dana stara oblast (pisano na jesen 2020.) pruža neverovatan broj novih otkrića i aktuelnosti koji čekaju na novu generaciju fizičara da ih otkriju

Na ovaj način, crne rupe su svojevrstan kosmički muzički instrument koji odzvanja tkanjem prostor-vremena i svojom jedinstvenom harmonijom govore svoju priču koju mi, kao pažljivi slušaoci, možemo da razumemo i nastavimo da prepričavamo generacijama koje dolaze, prolazi ti kroz glavu dok se pesma konačno završava uz lagani odzvon gitare i klavira i tihi gravitacioni talas neke daleke crne rupe...

R Autor rubrike: Jovan Mitić, student FF.



5. Eksplozija misli

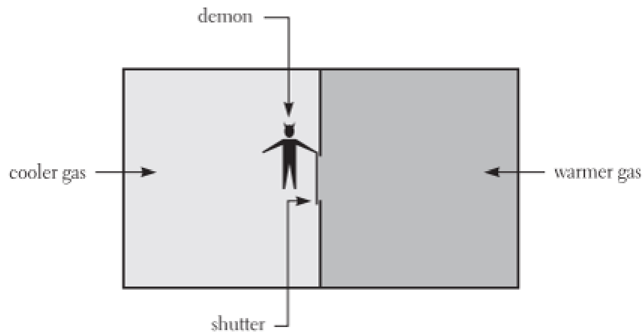
Maksvelov demon

Priča o Maksvelovom demonu je priča o statusu čuvenog Drugog zakona termodinamike; o tome da li on predstavlja univerzalni deterministički zakon prirode ili samo statističku pravilnost koja ponekad ipak može biti narušena, ili pak postoje okolnosti u kojima on uopšte ne važi - okolnosti u kojima Maksvelovi demoni izvrću Drugi zakon termodinamike naopačke. Koren ovog problema predstavlja karakter termodinamičkih zakona, uopšte.

Zamislite da gledate snimak koji prikazuje dva čoveka koji se dobacuju loptom. Prvi baci loptu drugom, drugi vrati prvom i na kraju prvi ponovo drugom. I to je sve što vidite na snimku. I tu naravno nema ničeg čudnog. A onda pogledate isti snimak, ali ovoga puta unazad. Sada snimak počinje tako što drugi čovek baca loptu prvom, zatim prvi vrati drugom, i na kraju lopta završava kod prvog. Ni ovde, naravno, ne primećujete ništa neobično. Ali ako vas sada neko zapita šta je tu u stvari snimljeno - dobacivanje loptom pri kome je ova najpre bila kod prvog ili dobacivanje kod koga je ona najpre bila kod drugog - šta biste rekli? Neobičnost ove situacije se sastoji u tome što je na ovo pitanje nemoguće dati odlučan odgovor; nemoguće je zaključiti (samo na osnovu datog snimka) šta je u onome što on prikazuje prošlost, a šta budućnost, tj. da li je sve počelo tako što je lopta bila kod prvog ili tako što je najpre bila kod drugog. Ovo je primer jednog sasvim univerzalnog principa - snimak ma kog procesa koji se odvija po zakonima Njutnove mehanike ($F = ma$) nam ne omogućava da razlikujemo prošlost od budućnosti. Kažemo da je Njutnova mehanika invarijantna na vremensku inverziju. Ako se neko kretanje može realizovati u jednom smeru, onda se sigurno može realizovati i u suprotnom smeru. Pitanje o tome da li je vremenska inverzija simetrija ostalih fundamentalnih fizičkih teorija (elektrodinamike, kvantne mehanike, kvantne teorije polja, teorije struna, itd.) je osetljivo, i ostavićemo ga ovom prilikom po strani. Za ostatak priče je sasvim dovoljna Njutnova mehanika.

Zamislite sada da gledate snimak koji prikazuje čašu ispunjenu mlakom vodom (ovo ne možemo da vidimo, ali recimo da znamo da je voda mlaka) u kojoj se nalazi nekoliko kocki leda. Led se postepeno topi tokom vremena dok u čaši ne preostane samo tečna voda. Ni u ovom procesu nema ničeg čudnog. Ali, ako bi vam sada neko pustio isti snimak, samo unazad, primetili biste nešto krajnje neobično - u čaši punoj tečne vode, spontano, bez ikakvog spoljašnjeg uticaja, počinju da se obrazuju kocke leda. Kada bi vas sada neko zapitao šta se ovde zapravo desilo tj. koji proces je u stvarnosti snimljen, bez dileme biste odgovorili da je snimljen proces topljenja leda, i odmah biste shvatili da vam je u drugom slučaju pušten snimak u suprotnom smeru. Drugim rečima, sa sigurnošću biste mogli da razlikujete prošlost od budućnosti. Jer niko nikada u istoriji čovečanstva nije bio svedok *spontanog* nastanka leda u izolovanoj čaši s tečnom vodom. Ovakve fizičke procese koji se realizuju samo u jednom smeru, nazivamo *ireverzibilnim* procesima, i njihovo postojanje predstavlja objektivnu fizičku osnovu na kojoj počiva razlika između prošlosti i budućnosti. I takvih procesa je mnogo: led se topi u mlakoj vodi, gas sabijen u ugao sobe se širi dok je sasvim ne ispuni, toplo telo zagreva hladno telo, kretanje se zaustavlja usled trenja, čovek stari, itd. Naime, strogo govoreći, u makrosvetu (svetu koji posmatramo s niskom rezolucijom) i ne postoje reverzibilni procesi, osim u vidu idealizacija. Stanja termodinamičkih sistema (sistema u kojima ne razlikujemo detalje, već ih opisujemo "efektivnim" veličina poput temperature, gustine i pritiska, koje dobijamo lokalnim usrednjavanjem) su okarakterisana veličinom koju nazivamo *entropja*. Ukoliko je stanje termodinamičkog sistema "specifičnije", kompleksnije, uređenije, neujednačenije, entropija je manja. Stanje ka kome spontano i nepovratno teže svi termodinamički sistemi je termodinamički ravnotežno stanje (stanje bez vidljivih promena u kome su vrednosti svih termodinamičkih parametara ujednačene) i njegova entropija je maksimalna. Sublimaciju svih naših dosadašnjih iskustava o ireverzibilnosti termodinamičkih procesa predstavlja Drugi zakon termodinamike. Ovaj zakon nalaže da entropija izolovanog termodinamičkog sistema (ili Univerzuma kao celine) *nikada* ne opada; ona raste (ako se sistem ne nalazi u ravnotežnom stanju) ili se ne menja (kada sistem dostigne ravnotežno stanja).

Imajući to u vidu, nameće se pitanje: kako je moguće da se termodinamički sistemi ponašaju na način koji predviđa Drugi zakon, kada se oni u krajnjoj liniji sastoje od čestica koje se kreću i interaguju po zakonima Njutnove mehanike (ograničavamo se na Njutnovu mehaniku zbog jednostavnosti) koja ne poznaje razliku između prošlosti i budućnosti? Kako pomiriti ovu simetriju Njutnovih zakona sa asimetrijom Drugog zakona termodinamike koji bi trebalo (ili je bar opšte očekivano) da i sam počiva na Njutnovim zakonima mehanike? Prevazilaženje ove tenzije predstavlja centralni (i još uvek nepotpuno rešeni) problem statističke mehanike - programa koji je u tu svrhu i osmišljen. Kroz nju smo stekli novi uvid u karakter Drugog zakona: on nije univerzalni detrministički zakon, već (izuzetno jaka) statistička pravilnost! Kada kažemo da gas koji je u stanju termodinamičke ravnoteže zauvek ostaje u tom stanju (ako ga prepustimo samom sebi), time u stvari mislimo da je ovo njegova daleko najverovatnija budućnost, neisključujući mogućnost da će u nekom trenutku gas spontano preći u neko neravnotežno stanje. Ali ovo ipak nije dovoljno, i rasprava o tome da li i u kojoj meri statistička mehanika uspeva da ispuni svoj zadatak je preopširna da bismo je ovde u celini izložili. Recimo samo da je postalo prilično jasno da je za objašnjenje termodinamičke ireverzibilnosti neophodno nešto više od niavnog kombinovanja zakona Njutnove mehanike i standardnih probabilističkih argumenata, jer njihov spoj je ne samo nedovoljan da se redukcionistički objasni Drugi zakon termodinamike, već on daje faktički pogrešne predikcije (tačnije, retrodikcije) o fizičkim procesima. Primera radi, iz njih sledi da je daleko najverovatnije stanje u kome se prethodno nalazila časa u kojoj su trenutno pomešani tečna voda i led, čaša u kojoj s nalazi samo tečna voda! Ovako nešto se, naravno, nije desili od kada ljudi posmatraju svet. Trenutno najubedljiviji razlog kojim se objašnjava važenje Drugog zakona termodinamike (uzimajući pritom u obzir Njutnovu mehaniku i probabilističke argumente) predstavlja takozvana kosmološka *hipoteza o prošlosti* (*past hypothesis*) koja nalaže da je Univerzum morao da otpočne u stanju jako male entropije. Samo pod ovim uslovom, kako se čini, statistička mehanika ispunjava svoj zadatak.



Slika 5.1: Ilustracija Maksvelovog demona.

Da li u prirodi postoje sistemi za koje važi anti-Drugi zakon termodinamike? Na ovo pitanje je prvi ozbiljno pokušao da odgovori *J. C. Maxwell*. On je predložio misaoni eksperiment koji neobično jasno razotkriva karakter termodinamičke ireverzibilnosti - to da je ona statistička/probabilistička zakonitost, a ne deterministička. Zamislite kutiju koja je pregradom podeljena na dve termalno-izolovane komore, A i B. Komora A sadrži hladniji gas a komora B topliji. I pregrada koja ih odvaja ima u sebi mali otvor preko koga je postavljen laki pokretni poklopac. I taj poklopac je pod kontrolom ”demona”. Pod demonom se, naravno, ne misli ni na kakvo demonsko biće, već na bilo kakav fizički sistem (robot, superkompjuter) koji poseduje mikroskopski nadzor nad česticama od kojih su gasovi u komorama sačinjeni. Sistem koji je sposoban da brzo i tačno detektuje i registruje položaj i brzinu svakog pojedinačkog molekula u komorama A i B, a da ih pritom ne poremeti (ovde postaje bitno to što govorimo o klasičnim česticama kod kojih možemo da zanemarimo princip neodređenosti, ali odgovarajući argument postoji i za kvantne čestice) i koji može da sprovodi akcije (otvaranje i zatvaranje poklopca) u skladu sa tom informacijom. Pošto se radi o klasišnim česticama koje se kreću po Njutnovim zakonima, dovoljno je da demon kao ulazni podatak dobije *početne* položaje i brzine svih molekula (možemo da zamislimo aparat koji ih priprema u određenom stanju i tu informaciju predaju demonu-kompjuteru), i da potom izračuna njihove buduće trajektroije koje su deterministički određene, i da bude programiran da deluje u skaldu sa tom informacijom. Naime, kad god demon “primeti" da se u komori B neki molekul sa nadprosečnom brzinom (u odnosu na temperaturu u komori B) približio otvoru, on ukloni poklopac i dopusti molekulu da pređe iz komore B (gde je toplije) u komoru A (gde je hladnije). Na ovaj način demon sistematski snižava temperaturu u komori B i povećava temperaturu u komori A. Pritom, u ovoj procesu ne dolazi ni do kakve promene u ostatku Univerzuma. Time je narušen Drugi zakon termodinamike (u Clausius-ovoj formulacije) jer je nemoguć proces čiji je jedini rezultat prelazak toplote sa hladnijeg na toplije telo.

Ako bi postojao fizički sistem koji bi imao kapacitet da sprovede opisani “demonski posao”, Drugi zakon termodinamike jednostavno ne bi važio, i to ne samo kao deterministički zakon (što je odavno shvaćeno) već ni kao statistički zakon. Dakle, pitanje njegovog statusu je bitno povezno sa tim da li u prirodi postoje (ili bi mogli postojati) autentični Maksvelovi demoni - sistemi koji bi nam omogućili da efikasno povećavamo količinu energije dostupne za preobražaj u koristan rad (i time rešimo energetsku krizu). Ono što celu stvar čini vrlo zanimljivom je to što ništa principijelno ne sprečava postojanje takvih sistema. Klasični prigovor na funkcionisanje ovakvog Maksvelovog demona ukazuje na to da je i sam demon deo sistema koji posmatramo, i da prilikom operacija koje vrši i sam mora da pretrpi porast entropije, i da je najzad porast entropije demona veći nego smanjenje entropije gasova koje demon izaziva svojim delovanjem, i da zato entropija ukupnog sistema (gasovi + demon) raste. Ovaj prigovor počiva na pretpostavci da nakon svkog delovanja demon mora da završi u istom termodinamičkom stanju *nezavisno od mikroskopskog stanja gasova*.

Ali ako to nije slučaj, i ako demona karakteriše *mikroskopska senzitivnost* - mogućnost da prilagode svoje makroskopsko ponašanje prema mikroskopskom stanju sistema nad kojim operiše. Ovakvi demoni se mogu isprogramirati tako da u sprezi sa termodinamičkim sistemima izazovu potpuno invertovanje Drugog zakona termodinamike.

R Autor rubrike: Dragoljub Gočanin, naučni saradnik FF.