

MATEMATIČKA FIZIKA II
(ispitna pitanja 2016, po jedno iz svake grupe)

I GRUPA PITANJA

1. Podgrupe, koseti, Lagrange-ov teorem. Primer: C_{4v} .
2. Homomorfizmi grupa, jezgro, konjugacija, klase konjugacije. Primer K_4 .
3. Dejstvo grupe na skupu: stabilizator, transversala.
4. Invarijantne podgrupe, faktor grupe. Primer: C_{4v} .
5. Proizvodi grupa. Primer: C_{4v} . Klase konjugacije direktnog proizvoda.
6. Reprezentacije grupa: ekvivalentnost, unitarnost i fizika.
7. Ireducibilnost i razloživost. Schur-ove leme (dokazati prvu). Reprezentacije Abel-ovih grupa.
8. Relacije ortogonalnosti za unitarne reprezentacije. Reprezentacije cikličnih grupa. Primer: 1D translaciona grupa i ravni talasi.
9. Karakter reprezentacije, osobine.
10. Dejstvo grupe i osnovne reprezentacija. Multiplikativno dejstvo grupe na sebi, regularna reprezentacija. Burnside-ov stav. Primer: C_{4v} .
11. Broj neekvivalentnih ireducibilnih reprezentacija i klasa konjugacije.
12. Simetrijski adaptiran bazis, grupni projektori.
13. Tenzorski proizvod reprezentacija. Koeficijenti Clebsch-Gordana.
14. Sužena i indukovana reprezentacija. Primer: regularna reprezentacija.
15. Indukcija sa invarijantne podgrupe: asocirani skupovi, dozvoljene reprezentacije, algoritam indukcije.
16. Indukcija sa podgrupe indeksa 2. Primer: C_{4v} .
17. Ireducibilne reprezentacije semidirektnog proizvoda sa Abel-ovom invarijantnom podgrupom.
18. Ireducibilne reprezentacije direktnog proizvoda.

II GRUPA PITANJA

1. Topološki prostori i njihove osobine. Fundamentalna grupa. Pokazati da $C_0^\infty(\mathbb{R})$ nije potpun.
2. Mnogostrukosti i tangentni prostor. Pokazati da je kružnica mnogostrukost i naći jedan atlas. Primer: tangentni prostor matrične grupe.
3. Hilbert-ov prostor i raspodele. Delta funkcija.

4. Lebesgue-ov i opremljeni prostor. Primer: prostori $L^2(-1, 1)$, $L^2((0, \infty), e^{-t})$, $L^2((-\infty, \infty), e^{-t^2})$.
5. Operatori u Hilbert-ovim prostorima. Vrste spektra. Spektar autoadjungovanog operatora.
6. Kanonična forma autoadjungovanog operatora. Raspodele kao svojstveni vektori. Primer: $\hat{x}$, $\hat{p}$.
7. Lie-jeve algebre: strukturne konstante, podstrukture, reprezentacije, zbirovi, Killing-ova forma. Jezgro pridružene reprezentacije. Primer: $\mathfrak{su}(2)$.
8. Kompleksifikacija, dekompleksifikacija i realna forma. Suženje ireducibilne reprezentacije na realnu formu. Primer: $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})_{\mathbb{R}}$.
9. Poluproste i razrešive algebre. Faktorizacija Levi-Mal'ceva. Klasifikacija i reprezentacije Abel-ovih algebri. Beskonačna dimenzija kvantnomehaničkog orbitalnog prostora.
10. Poluproste algebre: Cartan-ova podalgebra, koreni i težine. Dokazati: $D(L(\mathbf{H}, \mathbf{a}))V(\mathbf{H}, \mathbf{m}) \subset V(\mathbf{H}, \mathbf{m} + \mathbf{a})$. Primer: $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$.
11. Standardna forma. Fundamentalni sistem. Primer: $\mathfrak{so}(3, \mathbb{R})$.
12. Nizovi korenova i težina i odnosi među njima. Primer: $\mathfrak{so}(3, \mathbb{R})$.
13. Reprezentacije poluprostih algebri. Maksimalna težina. Fundamentalne reprezentacije. Kazimirovi operatori. Primer: $\mathfrak{su}(2)$.
14. Lie-jeve grupe: definicija, globalne topološke osobine, otvorene podgrupe povezane grupe.
15. Lokalne topološke osobine: generisanost okolinom jedinice, natkrivajuća grupa. Primer: $SU(2)$ i $SO(3, \mathbb{R})$.
16. Lie-jeva algebra: jednoparametrske podgrupe, eksponencijalno preslikavanje i diferenciranje. Primer: rotacije oko jedne ose, boost-ovi.
17. Reprezentacije Lie-jevih grupa. Veza sa reprezentacijama algebri. Direktni proizvod reprezentacija. Fizički zahtev unitarnosti, generatori kao opservable. Primer: angularni momenti.
18. Grupa rotacija. Reprezentacije. Slaganje angularnih momenata.
19. Lorentz-ova grupa, konačnodimenzionalne reprezentacije.
20. Poincare-ova grupa: osnovne osobine, postulat relativnosti.
21. Unitarne reprezentacije Poincare-ove grupe, masa i spin.