

Ispitna pitanja za predmet "Osnovi matematičke fizike"

1. Vektorski prostor; linearna kombinacija vektora i linearna nezavisnost.
2. Bazis i dimenzija. Izomorfizam prostora jednake dimenzije nad istim poljem. Reprezentovanje.
3. Skalarni proizvod; ortonormirani skup; Bessel-ova i Schwarz-ova nejednakost.
4. Fourier-ovi koeficijenti; Parseval-ova i Bessel-ova jednakost.
5. Gram-Schmidt-ov postupak i njegovo geometrijsko tumačenje.
6. Potprostori i operacije sa potprostorima. Direktni komplement potprostora i ortokomplement.
7. Projekcioni teorem (Neka je W potprostor konačnodimenzionog unitarnog prostora U , tada je U ortogonalna suma W i $W^\perp$ i $W = W^{\perp\perp}$.) Geometrijsko tumačenje.
8. Linearni operator. Algebra operatora i reprezentovanje operatora.
9. Defekt i rang operatora. Sylvester-ov zakon defekta.
10. Nesingularni i invertibilni operatori.
11. Reprezentovanje i promena bazisa.
12. Adjungovani operator i osobine adjungovanja.
13. Klasifikacija operatora u odnosu na adjungovanje. Hermitski operatori.
14. Projektori; osobine i geometrijsko značenje; dimenzija potprostora likova.
15. Unitarni operatori.
16. Svojstvenu vrednost i svojstveni vektor linearnog operatora. Geometrijski i algebarski multicitet svojstvene vrednosti. Spektar operatora. Svojstveni bazis i reprezentovanje operatora u istom.
17. Svojstvena dekompozicija jedinice. Svojstveni projektor. Spektralna forma.
18. Ako operatori A i B iz $L(V, V)$ komutiraju: svojstveni potprostori jednog su invarijantni za drugi; operatori A i B imaju bar jedan zajednički svojstveni vektor.
19. Spektar normalnog operatora u konačnodimenzionom unitarnom prostoru: postojanje ortonormiranog svojstvenog bazisa.

20. Spektralna karakterizacija normalnih operatora.
21. Ako je V realni vektorski prostor, onda svaki operator $A \in L(V, V)$ ima bar jedan jednodimenzionalni ili dvodimenzionalni invarijantni potprostor.
22. Ortogonalni operatori: definicija i opšti oblik u dvodimenzionalnom euklidskom prostoru. Svojstveni problem simetričnog operatora.
23. Diferencijabilno skalarno polje: gradijent i izvod u pravcu. Hamiltonov operator. Određivanje normale u proizvoljnoj tački površi zadate sa $f(\vec{r}) = \text{const}$.
24. Diferencijabilno vektorsko polje; vektorske linije; divergencija; rotor; fluks i fizičko značenje $\text{div} \vec{a}(\vec{r})$.
25. Hamilton-ov operator ∇ i kompozicije Hamilton-ovog operatora. Laplasov operator Δ .
26. Specijalni tipovi vektorskih polja; skalarni i vektorski potencijali i njihova jednoznačnost.